

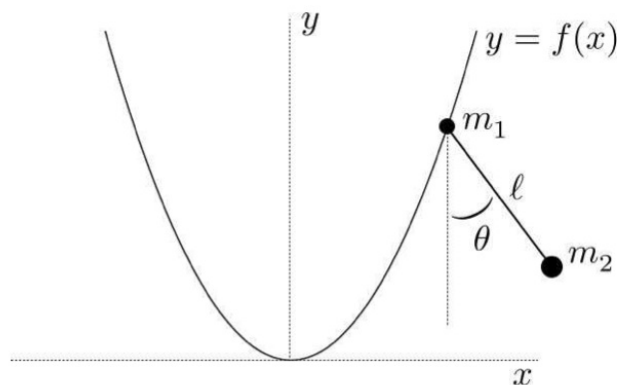
INSTRUCCIONES

- No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.
- El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como “tablets”, “smart-phones”, etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.
- El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.
- Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.
- Estudiantes exentos: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (35 min. por sección/materia). En todos los casos, deberá resolver la “Segunda Parte” (ensayo) de este examen.

Primera Parte

I MECÁNICA CLÁSICA

- I-1. Una masa puntual m_1 se desliza sin fricción a lo largo de una curva $y = f(x)$ como se muestra en la figura. De la masa m_1 cuelga un péndulo rígido con masa pendiente m_2 limitada a moverse en el plano de la figura. La varilla del péndulo tiene un largo ℓ y su masa puede ser despreciada.



- (1 pt) ¿Cuántas y cuáles son las coordenadas generalizadas necesarias para describir este problema?
- (2 pts) Despreciando cualquier efecto de fricción, escriba el Lagrangiano del sistema en términos de las coordenadas del inciso (a).
- (3 pts) Encuentre las ecuaciones de movimiento para este sistema.

- I-2. Un péndulo tiene longitud D (la masa de la cuerda puede ser despreciada). La masa que pende es m . Ningún tipo de fricción debe ser considerada. La aceleración gravitacional es g . Se suelta la masa con velocidad inicial nula, con la cuerda tensa y formando un ángulo de $\pi/2$ con la vertical.
- (a) **(2 pt)** ¿Cuál es la rapidez con la que llega la masa a su punto más bajo?
 - (c) **(1 pt)** ¿Cuánto trabajo ha realizado la gravedad sobre la masa en el recorrido hasta el punto más bajo?
 - (d) **(1 pt)** ¿Cuánto trabajo ha realizado la cuerda sobre la masa en el recorrido hasta el punto más bajo?

II MECÁNICA CUÁNTICA

- II-1. Una partícula se encuentra en el estado base de un oscilador, cuya función de onda es

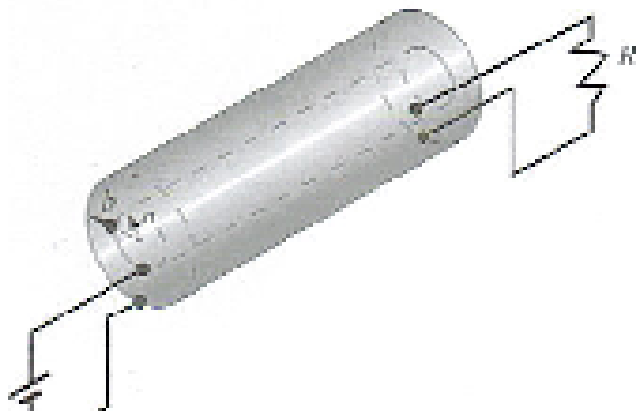
$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-(m\omega/2\hbar)x^2}$$

y cuya frecuencia es ω . Repentinamente, la constante del resorte se cuadruplica, es decir, $\omega' = 2\omega$, sin cambiar inicialmente la función de onda, (aunque después la función de onda evolucionará diferentemente porque el hamiltoniano ha cambiado).

- (a) **(3 pts)** ¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la energía arroje nuevamente el valor $\frac{1}{2}\hbar\omega$?
- (b) **(7 pts)** ¿Cuál es la probabilidad de obtener $\frac{1}{2}\hbar\omega'$ en la medición del inciso anterior?

III ELECTROMAGNETISMO

III-1. Considere un cable coaxial largo, de longitud l , que consiste de un conductor interior (de radio a) y un conductor exterior (de radio b). Por un lado está conectado a una batería y por el otro contiene una resistencia R , como se aprecia en la figura. El conductor interior porta una densidad de carga λ y una corriente estacionaria I hacia la derecha que se regresa por el conductor exterior el cual porta una densidad de carga $-\lambda$. Responda claramente las siguientes preguntas e indique, en cada caso, las leyes físicas que utilizó (nómbrelas y explíquelas).

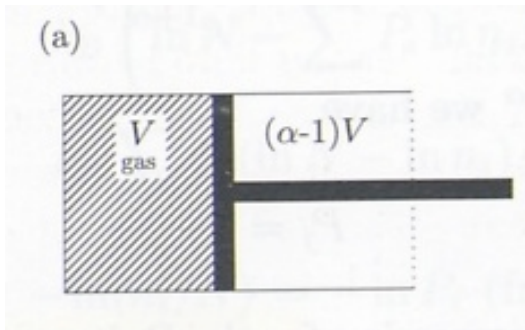


- (a) **(2 pts)** Calcule el campo eléctrico entre los conductores.
- (b) **(2 pts)** Calcule el campo magnético en la misma región.
- (c) **(2 pts)** Calcule el vector de Poynting en esa región. ¿Cuál es el significado físico del vector de Poynting?
- (d) **(2 pts)** Demuestre que la dirección del vector de Poynting siempre se dirige de la batería a la resistencia, sin importar la forma (polaridad) en la que esté conectada la batería.
- (e) **(2 pts)** ¿Qué ecuación o ecuaciones de Maxwell no utilizó al resolver los incisos anteriores? Escribalas, nómbrelas y explíquelas.

IV TERMODINÁMICA

IV-1. Considere n moles de un gas, inicialmente confinado en un volumen V y mantenido a temperatura T .

- (a) **(3.5 pts)** El gas se expande a un volumen total αV , donde α es una constante, mediante una expansión isotérmica reversible, como en la siguiente figura



Suponiendo que el gas obedece la ecuación de estado de van der Waals

$$(P + \frac{n^2 a}{V^2})(V - nb) = nRT,$$

y que tiene una capacidad calorífica a volumen constante independiente de la temperatura, obtenga una expresión para el cambio de entropía del gas y del universo. (*Sugerencia: suponga que la entropía es función de T y V*)

- (b) **(3.5 pts)** Si ahora el gas se expande removiendo una partición y permitiendo una expansión libre hacia una región vacía estando el sistema aislado de sus alrededores, demuestre que la temperatura del gas disminuye en una cantidad proporcional a $(\alpha - 1)/\alpha$. (*Sugerencia: puede usar la primera ecuación de la energía o si prefiere la primera ley de la termodinámica*).
- IV-2. **(3 pts)** Encuentre la ecuación en el plano $P - T$ para la frontera entre las fases líquida y gaseosa de una sustancia, en un cierto rango de temperaturas. Considere que el gas se puede tratar como un gas ideal y que el calor latente por unidad de masa L es independiente de la temperatura en ese rango. Suponga además que la densidad del líquido es mucho mayor que la del gas también en ese rango. (*Sugerencia: puede usar la ecuación de Clapeyron*.)

V FÍSICA MODERNA

- V-1. **(3 pts)** Un observador que se encuentra en una nave espacial que se mueve a una velocidad de $0.7c$ encuentra que un automóvil en la tierra tarda 40 minutos en realizar un recorrido. ¿Cuánto tiempo toma realizar el recorrido para el conductor del automóvil?
- V-2. **(3 pts)** Use el principio de incertidumbre para dar un argumento en contra de la existencia de un electrón dentro del núcleo de un átomo. Considere que el diámetro del núcleo es de 10^{-12} cm. Emplee que $\hbar \cdot c = 197.3$ MeV·fm.
- V-3. **(4 pts)** ¿Cuál es la energía liberada si dos núcleos de deuterio se fusionan en una partícula α ? Recuerde que el defecto o déficit de masa de los núcleos involucrados es $\Delta m_{deuteron} = 0.0141 u$ y $\Delta m_{\alpha} = 0.0026 u$, con $u = 931.494$ MeV/ c^2 .

Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- El significado de la primera ley de la Termodinámica
- El funcionamiento del láser
- El principio de incertidumbre
- Aplicaciones de las ecuaciones de Maxwell
- Física del grafeno

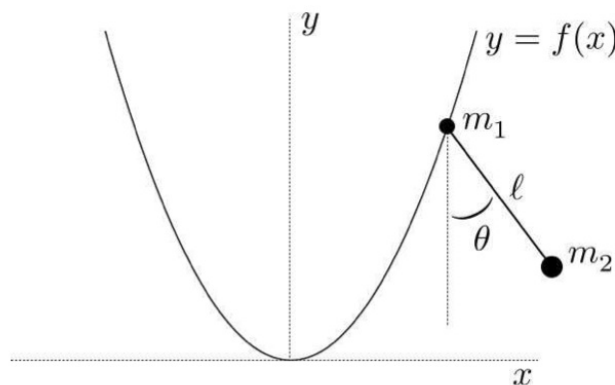
INSTRUCCIONES

- No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.
- El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como “tablets”, “smart-phones”, etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.
- El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.
- Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.
- Estudiantes exentos: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (35 min. por sección/materia). En todos los casos, deberá resolver la “Segunda Parte” (ensayo) de este examen.

Primera Parte

I MECÁNICA CLÁSICA

- I-1. Una masa puntual m_1 se desliza sin fricción a lo largo de una curva $y = f(x)$ como se muestra en la figura. De la masa m_1 cuelga un péndulo rígido con masa puntual m_2 limitada a moverse en el plano de la figura. La varilla del péndulo tiene un largo ℓ y su masa puede ser despreciada.



- (1 pt) ¿Cuántas y cuáles son las coordenadas generalizadas necesarias para describir este problema?
- (2 pts) Despreciando cualquier efecto de fricción, escriba el Lagrangiano del sistema en términos de las coordenadas del inciso (a).
- (3 pts) Encuentre las ecuaciones de movimiento para este sistema.

- I-2. Un péndulo tiene longitud D (la masa de la cuerda puede ser despreciada). La masa que pende es m . Ningún tipo de fricción debe ser considerada. La aceleración gravitacional es g . Se suelta la masa con velocidad inicial nula, con la cuerda tensa y formando un ángulo de $\pi/2$ con la vertical.
- (a) **(2 pt)** ¿Cuál es la rapidez con la que llega la masa a su punto más bajo?
 - (c) **(1 pt)** ¿Cuánto trabajo ha realizado la gravedad sobre la masa en el recorrido hasta el punto más bajo?
 - (d) **(1 pt)** ¿Cuánto trabajo ha realizado la cuerda sobre la masa en el recorrido hasta el punto más bajo?

II MECÁNICA CUÁNTICA

- II-1. Una partícula se encuentra en el estado base de un oscilador, cuya función de onda es

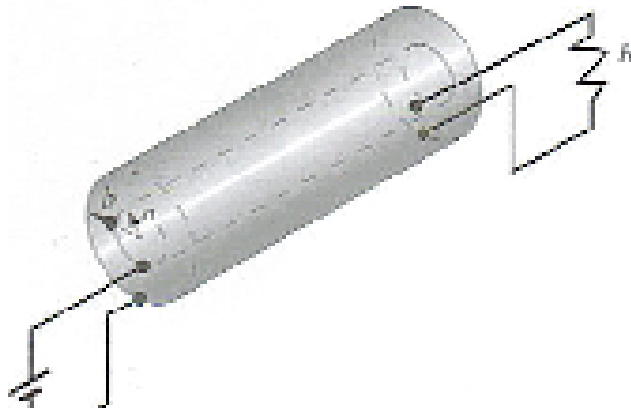
$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} e^{-(m\omega/2\hbar)x^2}$$

y cuya frecuencia es ω . Repentinamente, la constante del resorte se cuadruplica, es decir, $\omega' = 2\omega$, sin cambiar inicialmente la función de onda, (aunque después la función de onda evolucionará diferentemente porque el hamiltoniano ha cambiado).

- (a) **(3 pts)** ¿Cuál es la probabilidad de que una medición de la energía arroje nuevamente el valor $\frac{1}{2}\hbar\omega$?
- (b) **(7 pts)** ¿Cuál es la probabilidad de obtener $\frac{1}{2}\hbar\omega'$ en la medición del inciso anterior?

III ELECTROMAGNETISMO

III-1. Considere un cable coaxial largo, de longitud l , que consiste de un conductor interior (de radio a) y un conductor exterior (de radio b). Por un lado está conectado a una batería y por el otro contiene una resistencia R , como se aprecia en la figura. El conductor interior porta una densidad de carga λ y una corriente estacionaria I hacia la derecha que se regresa por el conductor exterior el cual porta una densidad de carga $-\lambda$. Responda claramente las siguientes preguntas e indique, en cada caso, las leyes físicas que utilizó (nómbrelas y explíquelas).

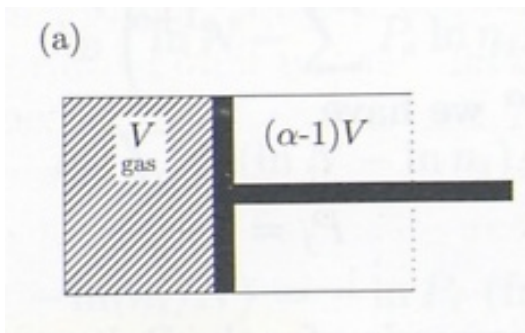


- (2 pts) Calcule el campo eléctrico entre los conductores.
- (2 pts) Calcule el campo magnético en la misma región.
- (2 pts) Calcule el vector de Poynting en esa región. ¿Cuál es el significado físico del vector de Poynting?
- (2 pts) Demuestre que la dirección del vector de Poynting siempre se dirige de la batería a la resistencia, sin importar la forma (polaridad) en la que esté conectada la batería.
- (2 pts) ¿Qué ecuación o ecuaciones de Maxwell no utilizó al resolver los incisos anteriores? Escríbalas, nómbrelas y explíquelas.

IV TERMODINÁMICA

IV-1. Considere n moles de un gas, inicialmente confinado en un volumen V y mantenido a temperatura T .

- (a) **(3.5 pts)** El gas se expande a un volumen total αV , donde α es una constante, mediante una expansión isotérmica reversible, como en la siguiente figura



Suponiendo que el gas obedece la ecuación de estado de van der Waals

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT,$$

y que tiene una capacidad calorífica a volumen constante independiente de la temperatura, obtenga una expresión para el cambio de entropía del gas y del universo. (*Sugerencia: suponga que la entropía es función de T y V*)

- (b) **(3.5 pts)** Si ahora el gas se expande removiendo una partición y permitiendo una expansión libre hacia una región vacía estando el sistema aislado de sus alrededores, demuestre que la temperatura del gas disminuye en una cantidad proporcional a $(\alpha - 1)/\alpha$. (*Sugerencia: puede usar la primera ecuación de la energía o si prefiere la primera ley de la termodinámica*).

IV-2. **(3 pts)** Encuentre la ecuación en el plano $P - T$ para la frontera entre las fases líquida y gaseosa de una sustancia, en un cierto rango de temperaturas. Considere que el gas se puede tratar como un gas ideal y que el calor latente por unidad de masa L es independiente de la temperatura en ese rango. Suponga además que la densidad del líquido es mucho mayor que la del gas también en ese rango. (*Sugerencia: puede usar la ecuación de Clapeyron.*)

V FÍSICA MODERNA

V-1. En una laguna artificial, un barco transporta 500 litros de agua tritiada (HTO). La vida media del tritio (3H , " T ") es 12.4 años. La actividad del cargamento es de 5×10^{13} Bq. El barco se hunde y se derrama el cargamento. Suponga que no hay intercambio de agua entre la laguna y el medio ambiente. La laguna es circular, de 3 km de diámetro y 10 m de profundidad.

- (a) **(5 pts)** ¿Qué actividad espera medir en 100 cm^3 de agua, 6 años después del accidente?
- (b) **(2.5 pts)** El 3H decae por emisión β^- . Mencione todos los productos del decaimiento.
- (c) **(2.5 pts)** ¿Qué leyes de conservación se cumplen en este proceso?

Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- El significado de la primera ley de la Termodinámica.
- Física y neurociencias.
- Radiación no-ionizante en medicina.
- El funcionamiento del láser
- El principio de incertidumbre
- Aplicaciones de las ecuaciones de Maxwell