

**INSTRUCCIONES**

- No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.
- El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como “tablets”, “smart-phones”, etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.
- El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.
- Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.
- Aspirantes que exentaron alguna de las secciones del examen: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (40 min. por sección/materia). También se le sugiere utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas. En todos los casos, deberá resolver la “Segunda Parte” (ensayo) de este examen.

## Primera Parte

### I MECÁNICA CLÁSICA

I-1. [5 pts] Considere el lagrangiano dado por

$$L = e^{\gamma t} \left( \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - \frac{1}{2} k q^2 \right), \quad (1)$$

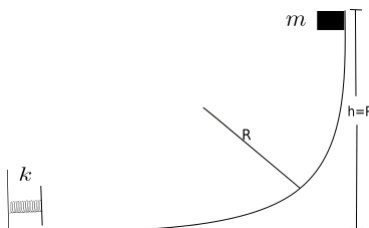
- Encuentre la ecuación de movimiento.
- ¿Qué tipo de sistema describe este Lagrangiano?
- Considere la transformación de punto dada por

$$s(q, t) = e^{\gamma/2} q, \quad (2)$$

y encuentre el Lagrangiano en términos de  $s$  y  $t$ . ¿Qué sistema describe este Lagrangiano?

I-2. [5 pts] Un cuerpo de masa  $m$  resbala libremente sobre una pista (sin fricción), descrita en la figura. En la parte inferior de la pista, donde ya es horizontal, hay un resorte con constante de restitución  $k$ . Suponga que la masa al chocar con el resorte se queda unida y que no hay pérdida de energía mecánica en ese proceso. Conteste lo siguiente en términos de la altura inicial a la que se suelta el cuerpo:

- ¿Qué distancia  $x_0$  se comprime el resorte? ¿Qué velocidad tiene  $m$  al momento de hacer contacto con el resorte?
- Calcule el trabajo total realizado por el cuerpo sobre el resorte hasta el momento de su máxima compresión.
- Ahora suponga que existe un coeficiente de fricción  $\mu_k$  entre el cuerpo y la pista. ¿Cuál es el trabajo hecho por la fuerza de fricción sobre el cuerpo en el desplazamiento desde la altura inicial hasta la compresión máxima del resorte, siendo esta  $x_0/2$  (la mitad de la distancia de compresión que se da en el caso del inciso a))?



## II MECÁNICA CUÁNTICA

- II-1. [3.3 pts] Un sistema físico se encuentra inicialmente ( $t = 0$ ) en un estado que es superposición de las eigenfunciones  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  del hamiltoniano, con energías propias  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente. Se sabe que el estado  $\varphi_1$  es tres veces más probable que el estado  $\varphi_2$ .
- Escriba la función de onda inicial normalizada  $\psi_0(x)$  consistente con estos datos (puede considerar coeficientes reales). ¿Se encuentra el sistema en un estado estacionario? Explique.
  - ¿Cómo cambia la probabilidad de encontrar al sistema con energía  $E_1$  al variar  $t$ ? Explique.
- II-2. [3.3 pts] Determine si las siguientes aseveraciones son ciertas o falsas, justificando su respuesta.
- En todo problema de campo central se conserva el momento angular  $\mathbf{L}$ .
  - La parte angular de las funciones de onda de un oscilador armónico isotrópico (cuyo potencial es  $V = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)$ ) está dada por los armónicos esféricos  $Y_l^m(\theta, \varphi)$ .
- II-3. [3.3 pts] Demuestre que para todo operador hermitiano  $\hat{A}$  se cumple que (considere que  $\{|n\rangle\}$  constituye una base completa y ortonormal de estados)

$$\langle n | (\hat{A} - \langle \hat{A} \rangle)^2 | n \rangle = \sum_{m, (m \neq n)} |\langle n | \hat{A} | m \rangle|^2.$$

Suponiendo que  $\hat{A}$  es tal que sus elementos de matriz fuera de la diagonal son todos nulos, recurra al resultado anterior para decir qué puede concluir físicamente sobre la variable dinámica  $A$ .

## III ELECTROMAGNETISMO

III-1. [5 pts] Considere un dipolo puntual  $\vec{p}$  en el centro de una esfera conductora de radio  $R$ . Calcule:

- a) el potencial
- b) el campo eléctrico en todos los puntos del espacio.

Por simplicidad, suponga que el dipolo se orienta en la dirección del eje  $z$ .

III-2. [5 pts] Responda las siguientes preguntas:

- Escriba las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial en presencia de una densidad  $\rho$  y una corriente  $\vec{J}$ .
- Utilizando las ecuaciones de Maxwell, derive la ecuación de continuidad y la ecuación de onda para el campo eléctrico.
- Muestre que los campos eléctrico  $\vec{E}$  y magnético  $\vec{B}$  se pueden escribir en términos de un potencial escalar  $\phi$  y un potencial vectorial  $\vec{A}$ .

## IV TERMODINÁMICA

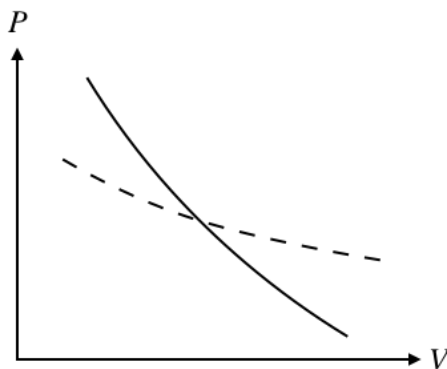
## IV-1. [2 pts]

- a) [0.5 pts] ¿Qué condición debe cumplir un proceso cuasiestático para que se pueda escribir  $dQ = TdS$ ?
- b) [1.5 pts] Utilice la primera ley de la termodinámica para argumentar porque  $C_P > C_V$  para un gas ideal.

## IV-2. [2.5 pts]

- a) [1 pts] Enuncie o exprese matemáticamente la primera, segunda y tercera ley de la termodinámica.
- b) [1.5 pts] Explique el significado físico de cada una de las leyes del inciso anterior.

- IV-3. [1.5 pts] En el diagrama  $PV$  que se muestra en la figura, ¿qué curva representa una isoterma y qué curva representa una adiabata? Justifique su respuesta. Dibuje las curvas que representarían un proceso isocórico y uno isobárico. ¿Hay en el diagrama una curva que represente un proceso isentrópico? Justifique su respuesta.



- IV-4. [4 pts] La temperatura de fusión para el plomo a presión atmosférica ( $1.01 \times 10^5$  Pa) se encuentra a 600 K. Al fundirse su densidad cambia de  $11.01$  a  $10.65$  g/cm<sup>3</sup> y el calor latente de fusión es de  $24.5$  J/g. ¿Cuál es la temperatura de fusión a una presión de  $1.01 \times 10^7$  Pa?

## V FÍSICA MODERNA

- V-1. [2 pts] El Boro ordinario es una mezcla de los isótopos  ${}^{10}_5B$  (con masa 10.013 u) y  ${}^{11}_5B$  (con masa 11.009u) con un peso atómico compuesto de 10.82 u. ¿Qué porcentaje de cada isótopo está presente en el boro ordinario?
- V-2. [2 pts] Un haz de electrones entra en un campo magnético uniforme de densidad de flujo 1.2 Teslas. Halle la diferencia de energía entre los electrones cuyos espines son paralelos o antiparalelos al campo.
- V-3. [3 pts] En un agujero negro los chorros de material que emite, se emiten con una frecuencia  $\nu_1 = 6.66 \times 10^{14}$ , pero en el marco de referencia del material proyectado, la luz tiene una frecuencia de  $\nu_2 = 5.55 \times 10^{13}$ . ¿Cuál es la rapidez con la cual se desplaza el material que emite el agujero negro?
- V-4. [3 pts] En la física nuclear, se han desarrollado modelos para explicar los núcleos.
- Describa un modelo con el cual podría calcular de manera semiempírica la energía de enlace. Escriba la expresión de la energía de enlace semiempírica y explique cada uno de los términos.
  - Describa un modelo alternativo al descrito anteriormente. Explique 3 diferencias entre los modelos (éste y el del inciso anterior). ¿Qué son los números mágicos y qué representan?.

## Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- Importancia del oscilador armónico en la física.
- Interpretación probabilística de la mecánica cuántica.
- Explique el funcionamiento y utilidad de las *guías de ondas*
- El cero absoluto de temperatura en termodinámica.
- Materiales conductores, semiconductores y aislantes.