INSTRUCCIONES

- **No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.**
- **El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como "tablets", "smart-phones", etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.**
- **El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.**
- **Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.**
- **Aspirantes exentos: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (40 min. por sección/materia). También se le sugiere utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas. En todos los casos, deberá resolver la "Segunda Parte" (ensayo) de este examen.**

Primera Parte

I MECÁNICA CLÁSICA

I-1. **[5 pts]** Una esfera de masa M y radio R se mueve sin deslizar sobre un plano inclinado de ángulo α y masa m. El plano inclinado, a su vez, se puede mover sobre una superficie S sin fricción. Encuentre las ecuaciones de movimiento de la esfera a lo largo del plano inclinado y del plano inclinado sobre la superficie S.

I-2. **[5 pts]** El movimiento de una partícula de masa m es descrito por el lagrangiano

$$L = e^{\gamma t}\left[\frac{m\dot{q}^2}{2} - \frac{kq^2}{2}\right] \tag{1}$$

donde k y γ son constantes.

i. Encuentre el hamiltoniano asociado al lagrangiano anterior
ii. Encuentre la ecuación de movimiento de la partícula en la formulación de Hamilton.
iii. ¿Hay cantidades conservadas? Justifique su respuesta.

II MECÁNICA CUÁNTICA

II-1. Un átomo de hidrógeno está en el estado

$$\Phi = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\Phi_{210} + \frac{i}{\sqrt{3}}\,\Phi_{21-1}$$

donde $\Phi_{n\ell m}$ es la función de onda normalizada con números cuánticos n, ℓ y m. Obtenga:

i. **[1 pts]** El valor esperado de la energía $< E >$ en función de E_I, la energía de ionización del nivel fundamental del átomo de hidrógeno.

ii. **[1 pts]** El valor esperado del momento angular orbital $< \vec{L}^2 >$.

iii. **[2 pts]** El valor esperado de la componente L_x del momento angular orbital $< L_x >$.

II-2. **[3 pts]** Dado el estado de espín $\frac{1}{2}$

$$|\Psi >= \frac{4}{\sqrt{65}}\,|+> + \frac{7}{\sqrt{65}}\,|->$$

donde $|+>$ y $|->$ son autoestados normalizados del operador S_z con autovalores $+\frac{\hbar}{2}$ y $-\frac{\hbar}{2}$ respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de S_y dé como resultado $-\frac{\hbar}{2}$?

II-3. **[3 pts]** Considere un oscilador armónico unidimensional $H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2$, al cual se le añade una perturbación $H_1 = \gamma x^3$. Calcule la corrección a primer orden de la energía.

Ayuda:

$$L_{\pm}\,|\ell, m >= \hbar\sqrt{\ell\,(\ell+1) - m\,(m \pm 1)}\,|\ell, m \pm 1 >$$

Matrices de Pauli:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

III ELECTROMAGNETISMO

III-1. **[5 pts]** Una partícula de carga q y masa m se mueve en una región en donde hay un campo magnético $\mathbf{B}$ y un campo eléctrico $\mathbf{E}$, ambos constantes. Encuentre las ecuaciones para la trayectoria de la partícula en el caso en que $\mathbf{E}\cdot\mathbf{B}$ es cero. No se pide resolver las ecuaciones.

III-2. **[5 pts]** Supóngase que se tiene la onda electromagnética siguiente

$$\vec{E} = \hat{\mathbf{i}} E_0 \cos \omega(\sqrt{\epsilon\mu}\, z - t) + \hat{\mathbf{j}} E_0 \mathrm{sen}\, \omega(\sqrt{\epsilon\mu}\, z - t)$$

donde E_0 es una constante. Encuentre el campo magnético $\vec{B}$ correspondiente y el vector de Poynting.

IV TERMODINÁMICA

IV-1. **[3 pts]** La compresibilidad adiabática se puede definir como:

$$\kappa_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S$$

Mostrar que para el caso del gas ideal $\kappa_S = \frac{1}{\gamma P}$

IV-2. **[4 pts]** Considere un ciclo de Stirling que funciona con un gas ideal dado por

(a) Una compresión isotérmica
(b) Enfriamiento isocórico
(c) Expansión isotérmica
(d) Calentamiento isocórico

i. Grafique este proceso en un diágram p–V. No olvide el sentido del proceso.
ii. Encuentre el cambio de entropía en cada paso.
iii. Grafique este proceso en un diágram T–S.
iv. Encuentre la eficiencia y compárela con la de un ciclo de Carnot.
v. Calcule y grafique $G(T, p)$, el cambio en la energía libre de Gibbs, para cada paso.

IV-3. **[3 pts]** Una cuchilla de patinaje artístico suele tener 1 mm de ancho y un largo de 30 cm. ¿Cuál debería ser la masa de un patinador para fundir el hielo de la pista a -10 C? (Exprese su resultado en kg). ¿Es correcta la propuesta de que el peso del patinador es lo que le permite patinar sobre hielo sólido?

V FÍSICA MODERNA

V-1. **[3 pts]** La superficie de un metal tiene una longitud de onda de corte de 225.6 nm. Si ésta se ilumina con luz de longitud de onda 259.8 nm. ¿Cuál es el potencial de frenado?

V-2. **[3 pts]** Liste los estados excitados (en notación espectroscópica) para los cuales los estados a) $4s$ y b) $4p$ pueden hacer transiciones descendentes.

V-3. **[4 pts]** Encuentre la energía cinética de la partícula alfa emitida en el proceso de decaimiento:
$^{226}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}\mathrm{Rn} + {}^{4}\mathrm{He}$.

Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- Ecuaciones de movimiento en marcos de referencia no inerciales.
- Conjunto Completo de Observables que Conmutan entre si.
- Explique brevemente, escribiendo y nombrando las leyes físicas o ecuaciones fundamentales utilizadas, las condiciones de frontera para campos eléctricos y magnéticos en las discontinuidades entre dos materiales.
- Potenciales termodinámicos.
- Experimento de Stern-Gerlach.

INSTRUCCIONES

- **No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.**
- **El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como "tablets", "smart-phones", etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.**
- **El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.**
- **Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.**
- **Aspirantes exentos: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (40 min. por sección/materia). También se le sugiere utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas. En todos los casos, deberá resolver la "Segunda Parte" (ensayo) de este examen.**

Primera Parte

I MECÁNICA CLÁSICA

I-1. **[5 pts]** Una esfera de masa M y radio R se mueve sin deslizar sobre un plano inclinado de ángulo α y masa m. El plano inclinado, a su vez, se puede mover sobre una superficie S sin fricción. Encuentre las ecuaciones de movimiento de la esfera a lo largo del plano inclinado y del plano inclinado sobre la superficie S.

I-2. **[5 pts]** El movimiento de una partícula de masa m es descrito por el lagrangiano

$$L = e^{\gamma t}[\frac{m\dot{q}^2}{2} - \frac{kq^2}{2}] \tag{1}$$

donde k y γ son constantes.

i. Encuentre el hamiltoniano asociado al lagrangiano anterior
ii. Encuentre la ecuación de movimiento de la partícula en la formulación de Hamilton.
iii. ¿Hay cantidades conservadas? Justifique su respuesta.

II MECÁNICA CUÁNTICA

II-1. Un átomo de hidrógeno está en el estado

$$\Phi = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\Phi_{210} + \frac{i}{\sqrt{3}}\,\Phi_{21-1}$$

donde $\Phi_{n\ell m}$ es la función de onda normalizada con números cuánticos n, ℓ y m. Obtenga:

i. **[1 pts]** El valor esperado de la energía $< E >$ en función de E_I, la energía de ionización del nivel fundamental del átomo de hidrógeno.

ii. **[1 pts]** El valor esperado del momento angular orbital $< \vec{L}^2 >$.

iii. **[2 pts]** El valor esperado de la componente L_x del momento angular orbital $< L_x >$.

II-2. **[3 pts]** Dado el estado de espín $\frac{1}{2}$

$$|\Psi >= \frac{4}{\sqrt{65}}\,|+ > + \frac{7}{\sqrt{65}}\,|- >$$

donde $|+ >$ y $|- >$ son autoestados normalizados del operador S_z con autovalores $+\frac{\hbar}{2}$ y $-\frac{\hbar}{2}$ respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de S_y dé como resultado $-\frac{\hbar}{2}$?

II-3. **[3 pts]** Considere un oscilador armónico unidimensional $H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2$, al cual se le añade una perturbación $H_1 = \gamma x^3$. Calcule la corrección a primer orden de la energía.

Ayuda:

$$L_{\pm}\,|\ell, m >= \hbar\sqrt{\ell\,(\ell+1) - m\,(m \pm 1)}\,|\ell, m \pm 1 >$$

Matrices de Pauli:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

III ELECTROMAGNETISMO

III-1. **[5 pts]** Una partícula de carga q y masa m se mueve en una región en donde hay un campo magnético $\mathbf{B}$ y un campo eléctrico $\mathbf{E}$, ambos constantes. Encuentre las ecuaciones para la trayectoria de la partícula en el caso en que $\mathbf{E}\cdot\mathbf{B}$ es cero. No se pide resolver las ecuaciones.

III-2. **[5 pts]** Supóngase que se tiene la onda electromagnética siguiente

$$\vec{E} = \hat{\mathbf{i}}E_0 \cos\omega(\sqrt{\epsilon\mu}\, z - t) + \hat{\mathbf{j}}E_0 \mathrm{sen}\,\omega(\sqrt{\epsilon\mu}\, z - t)$$

donde E_0 es una constante. Encuentre el campo magnético $\vec{B}$ correspondiente y el vector de Poynting.

IV TERMODINÁMICA

IV-1. **[3 pts]** La compresibilidad adiabática se puede definir como:

$$\kappa_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_S$$

Mostrar que para el caso del gas ideal $\kappa_S = \frac{1}{\gamma P}$

IV-2. **[4 pts]** Considere un ciclo de Stirling que funciona con un gas ideal dado por

(a) Una compresión isotérmica
(b) Enfriamiento isocórico
(c) Expansión isotérmica
(d) Calentamiento isocórico

i. Grafique este proceso en un diágram p–V. No olvide el sentido del proceso.
ii. Encuentre el cambio de entropía en cada paso.
iii. Grafique este proceso en un diágram T–S.
iv. Encuentre la eficiencia y compárela con la de un ciclo de Carnot.
v. Calcule y grafique $G(T, p)$, el cambio en la energía libre de Gibbs, para cada paso.

IV-3. **[3 pts]** Una cuchilla de patinaje artístico suele tener 1 mm de ancho y un largo de 30 cm. ¿Cuál debería ser la masa de un patinador para fundir el hielo de la pista a -10 C? (Exprese su resultado en kg). ¿Es correcta la propuesta de que el peso del patinador es lo que le permite patinar sobre hielo sólido?

V FÍSICA MODERNA

V-1. **[5 pts]** Considere un bloque de plomo que es irradiado en forma simultánea por fotones emitidos por Co-60 y Cs-137. Al incidir sobre el plomo, el número de fotones del Cs-137 es el doble del número de fotones de Co-60. Calcule el espesor del bloque de plomo que es necesario para que el número de fotones de ambos radionúclidos sean iguales después de atravesar el bloque.

Los coeficientes de atenuación lineal para Co-60 y Cs-137 en plomo son 0.66 cm^{-1} y 1.23 cm^{-1}, respectivamente.

V-2. **[5 pts]** Un fotón con longitud de onda $\lambda = 12420\ fm$ tiene una interacción por efecto fotoeléctrico con un electrón de la capa K de un átomo de rodio (Rh), cuya energía de ligadura es $EB_K = 23.2\ keV$. Calcule la energía cinética del electrón emitido. Recuerde que la constante de Planck es $h = 4.14 \times 10^{-15}\ eV \cdot s$

¿Qué tipo de radiación se puede emitir como resultado de la vacancia que se genera en la capa K? ¿Cómo calcularía la energía de la radiación que se produce? (Explique detalladamente su respuesta).

Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- Ecuaciones de movimiento en marcos de referencia no inerciales.
- Conjunto Completo de Observables que Conmutan entre si.
- Explique brevemente, escribiendo y nombrando las leyes físicas o ecuaciones fundamentales utilizadas, las condiciones de frontera para campos eléctricos y magnéticos en las discontinuidades entre dos materiales.
- Potenciales termodinámicos.
- Liste y escriba los principales modelos atómicos que se propusieron a lo largo de los años. Resalte sus limitaciones y principales aportaciones para establecer el modelo actual.