

**INSTRUCCIONES**

- No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.
- El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como “tablets”, “smart-phones”, etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.
- El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.
- Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.
- Aspirantes exentos: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (40 min. por sección/materia). También se le sugiere utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas. En todos los casos, deberá resolver la ”Segunda Parte” (ensayo) de este examen.

## Primera Parte

### I MECÁNICA CLÁSICA

I-1. **Ejercicio 1.** En la figura (a) se muestra un péndulo de Newton. Las esferas se enumeran de izquierda a derecha de la 1 a la 5.

Supóngase que se alejan de su punto de equilibrio, sin separarlas entre sí, a las esferas de la 3 a la 5, y se sueltan para que regresen a colisionar con las esferas 1 y 2 con una rapidez  $v$ .

a) [1 pts] Inmediatamente después de la colisión, ¿qué rapidez tienen las esferas 1 y 2?

i) 0 ii)  $2v/3$  iii)  $3v/2$  iv)  $v$

b) [1 pts] Inmediatamente después de la colisión, ¿qué rapidez tiene la esfera 3?

i) 0 ii)  $2v/3$  iii)  $3v/2$  iv)  $v$

c) [1 pts] Inmediatamente después de la colisión, ¿qué rapidez tienen las esferas 4 y 5?

i) 0 ii)  $2v/3$  iii)  $3v/2$  iv)  $v$

Justifique cuidadosamente su respuesta, lo cual se puede hacer también realizando todos los cálculos necesarios para explicar su elección de las respuestas marcadas como correctas.

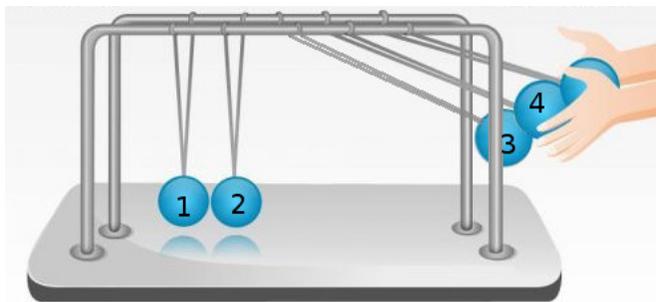
I-2. **Ejercicio 2.** Una cuña y un bloque están acomodados como se muestra en la figura (b), donde se muestran las masas de cada cuerpo. Los dos cuerpos están todo el tiempo en contacto y la cuña no tiene fricción ni con el bloque ni con la superficie sobre la que descansa. Todo el sistema está bajo el efecto de la gravedad.

i. [2 pts] ¿Cuántas coordenadas generalizadas son necesarias para describir este sistema?

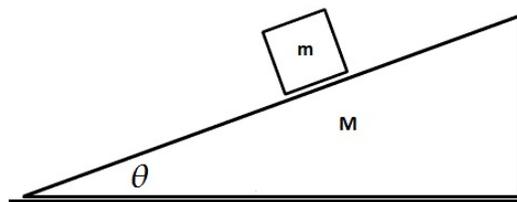
ii. [2 pts] Elija unas coordenadas generalizadas y escriba el Lagrangiano.

iii. [2 pts] Encuentre las ecuaciones de movimiento para este sistema.

I-3. **Pregunta 1** [1 pts]. ¿Es posible usar una palanca para subir un objeto a una altura dada haciendo menos trabajo que si se sube sin ayuda de ésta? Justifique cuidadosamente su respuesta.



(a) Péndulo de Newton del ejercicio 1



(b) Un bloque sobre una cuña del ejercicio 2

## II MECÁNICA CUÁNTICA

- II-1. La función de onda radial del estado base del átomo de Hidrógeno está dada por  $\psi(r) = Ce^{-r/a_0}$ , en donde  $C$  es una constante y  $a_0$  es el radio de Bohr.
- [1 pts] Determine la constante de normalización  $C$ .
  - [2 pts] Calcule la probabilidad de que un electrón en el estado base se encuentre a una distancia  $a_0$  del núcleo.
  - [2 pts] Calcule el valor promedio de la energía potencial del electrón,  $\langle V \rangle$ . Además, demuestre que  $\langle V \rangle = 2\langle E \rangle$  para el estado base.
  - [2 pts] La parte radial del primer estado excitado tiene la forma  $\phi(r) = A(1 + \lambda r)e^{-r/2a_0}$ , en donde  $A$  y  $\lambda$  son constantes reales. Encuentre la constante  $\lambda$ .

Recuerde la integral útil  $\int_0^\infty x^n e^{-qx} dx = \frac{n!}{q^{n+1}}$ .

- II-2. [3 pts] Calcule los elementos de matriz del operador  $x$  para el oscilador armónico unidimensional, i.e.,

$$x_{nk} = \langle n|x|k \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_n^*(x)x\phi_k(x)dx,$$

en donde  $\phi_k(x)$  son las eigenfunciones del oscilador armónico.

## III ELECTROMAGNETISMO

III-1. [5 pts] Se tiene un plano infinito situado en  $z = 0$  cuyo potencial electrostático  $V_0$  es constante y distinto de cero. Se sitúan dos cargas fijas  $q_1 = q$  y  $q_2 = 3q$  en las coordenadas  $(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, z_0)$  y  $(x_2, y_2, z_2) = (0, 0, 3z_0)$ , respectivamente, donde  $z_0 > 0$ .

- i. [1 pts] Indique el valor del potencial electrostático en el infinito y explique por qué es ese valor.
- ii. [2 pts] Calcule el potencial electrostático  $V(x, y, z)$  para  $z > 0$ .
- iii. [2 pts] Calcule el campo electrostático  $\vec{E}(x, y, z)$  para  $z > 0$ .

**Ayuda:**

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sum_{i=1}^3 (x_i - x_0)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = (x_0 - x_j) \left[ \sum_{i=1}^3 (x_i - x_0)^2 \right]^{-\frac{3}{2}}, \quad i, j = 1, 2, 3$$

III-2. [5 pts] El campo eléctrico de una onda electromagnética en el vacío está dado por

$$E_x = 0, \quad E_y = 50 \cos \left( 2\pi \cdot 10^8 t - \frac{2\pi}{3} x \right), \quad E_z = 0,$$

donde  $\vec{E}$  está en N/C,  $x$  en metros y  $t$  en segundos. Calcule:

- i. [2 pts] La frecuencia, la longitud de onda y la dirección de propagación de la onda.
- ii. [2 pts] El campo magnético.
- iii. [1 pts] El vector de Poynting  $\vec{S}$ .

## IV TERMODINÁMICA

IV-1. [5 pts] Considere una máquina trabajando en un ciclo reversible y que emplea un gas ideal de capacidad calorífica  $C_p$  como sustancia que trabaja. El ciclo consiste de dos procesos a presión constante, unidos por dos adiabáticas. Ver figura 2.

- Encuentre la eficiencia de esta máquina en términos de  $P_1$  y  $P_2$ .
  - ¿Cuál de las temperaturas  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$  y  $T_D$  es la más alta? ¿Cuál es la más baja?
  - ¿Cómo se compara esta máquina con una de Carnot trabajando con el mismo gas entre las temperaturas más baja y más alta?
- IV-2. [5 pts] Una forma efectiva de enfriamiento es aplicando un campo magnético  $H$  a una sal paramagnética y luego reduciendo el campo mientras se mantiene la muestra térmicamente aislada. Suponga que la sal tiene magnetización  $M$  y que es lineal en el campo aplicado

$$\mathbf{M} = \chi(T)\mathbf{H}. \quad (1)$$

Muestre que el cambio en la temperatura está relacionado con el cambio magnético como

$$\Delta T = - \left( \frac{T}{C_H} \right) \left( \frac{d\chi}{dT} \right) H \Delta H \quad (2)$$

donde  $C_H$  es la capacidad calorífica a  $H$  constante.

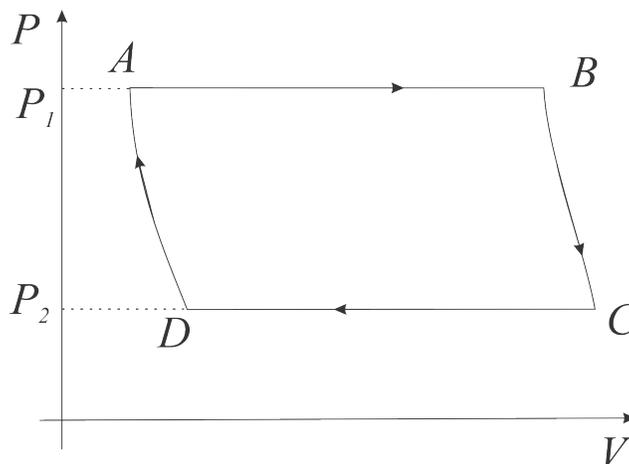


Figure 2

## V FÍSICA MODERNA

- V-1. Preguntas conceptuales. Responda de manera breve, concisa y clara.
- [1 pts] ¿Qué postulados conducen a la relatividad especial de Einstein?
  - [1 pts] ¿En qué consiste el acoplamiento espín-órbita?
  - [1 pts] Mencione 3 diferencias (importantes) entre el decaimiento nuclear  $\alpha$  y el  $\beta$
- V-2. [3 pts] Desde un marco de referencia inercial se observan tres partículas alineadas horizontalmente viajando con velocidades uniformes en la misma dirección (horizontal). La primera de ellas tiene rapidez  $4c/5$ , mientras que la segunda tiene rapidez  $3c/5$ , ¿cuál es la rapidez de la tercera si, desde su perspectiva, las otras dos se acercan con la misma rapidez? ¿Cuál sería la respuesta de acuerdo a la relatividad Galileana?
- V-3. [2 pts] Un átomo de sodio Na ( $Z = 11$ ) se encuentra excitado en algún estado  $4p$  con momento angular total  $j = 1/2$ . Recordando que las reglas de selección establecen que  $\Delta j = \pm 1$  y  $\Delta m_j = 0, \pm 1$  para el momento angular total, determine todos los (valores de los números cuánticos de los) estados a los que puede decaer espontáneamente, emitiendo un fotón.
- V-4. [2 pts] El periodo de semidesintegración o semivida del  $^{24}\text{Na}$  es  $t_{1/2} = 15 \text{ hrs}$ , ¿Cuánto tiempo tardará en desintegrarse el 96.875% de la muestra de ese isótopo? *Hint: emplee la definición de semivida.*

## Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- La importancia de las fuerzas ficticias.
- Describa el papel que desempeñó el problema de la radiación de cuerpo negro en el desarrollo de la Mecánica Cuántica.
- Ondas electromagnéticas en el vacío.
- Temperaturas negativas en termodinámica.
- Las fuerzas fundamentales de las partículas elementales.