

INSTRUCCIONES

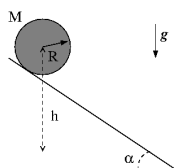
- No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.
- El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como “tablets”, “smart-phones”, etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.
- El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.
- Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.
- **Aspirantes exentos:** La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (40 min. por sección/materia). También se le sugiere utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas. En todos los casos, deberá resolver la “Segunda Parte” (ensayo) de este examen.

Primera Parte

I MECÁNICA CLÁSICA

- I-1. [5 pts] Un cuerpo de masa m se encuentra sometido a un potencial $V(r) = -k/r^4$, siendo k una constante positiva y r la coordenada radial. Se pide:
- Determinar el potencial efectivo del problema. Haga un gráfico cualitativo del mismo.
 - Describir como será el movimiento del sistema para el caso de energía $E < 0$.
 - Hallar la o las posiciones de equilibrio y discutir su estabilidad.
- I-2. [5 pts] Un disco homogéneo de masa M y radio R rueda sin deslizar por un plano inclinado (α es el ángulo que el plano inclinado forma con la horizontal, ver figura). Se pide:
- ¿Cuántos grados de libertad tiene el problema?
 - Determinar el Lagrangiano de este sistema.
 - ¿Qué magnitudes se conservan? Justifique.
 - ¿Cuál es la velocidad del centro de masa del disco cuando llega al suelo, si éste partió del reposo desde una altura inicial h ?

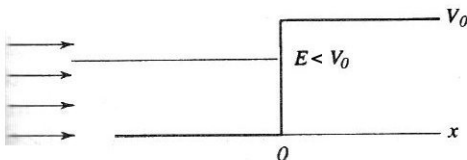
Nota: $I_{\text{disco}} = M R^2/2$.



II MECÁNICA CUÁNTICA

- II-1. [5 pts] Considere un sistema cuántico de tres estados para cuya descripción se usa una base ortonormal constituida por los estados $|+\rangle$, $|0\rangle$ y $|-\rangle$, que son propios del observable representado por el operador \mathcal{O} , con valores propios $\frac{\hbar}{2}$, 0 y $-\frac{\hbar}{2}$, respectivamente.
- Para un estado general $\alpha|+\rangle + \beta|0\rangle + \gamma|-\rangle$, ¿qué condición deben de cumplir las constantes α , β y γ ?
 - Calcule el valor esperado del operador \mathcal{O} en el estado del inciso i.
 - Calcule la probabilidad de obtener 0 al realizar una medición del observable asociado a \mathcal{O} .
 - Calcule la probabilidad de obtener $-\frac{\hbar}{4}$ al realizar una medición del observable asociado a \mathcal{O} .
- II-2. [5 pts] Considere un haz monocromático de partículas con energía $0 < E < V_0$, que incide desde $x < 0$ sobre un escalón descrito por el potencial

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ V_0 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$



- ¿Cuánto vale la corriente de probabilidad total a la izquierda de $x = 0$?
- ¿Cuánto valen los coeficientes de transmisión y de reflexión para este caso?
- Escriba la ecuación de Schrödinger y sus soluciones correspondientes, tanto a la izquierda como a la derecha de $x = 0$.
- Para completar el estudio de este sistema, imponga todas las condiciones que la función de onda debe de cumplir para este caso. Use estas condiciones para escribir todo coeficiente indeterminado en términos del parámetro que controla la intensidad del haz incidente y los valores que sean necesarios de las cantidades físicas proporcionadas en el planteamiento del problema.

III ELECTROMAGNETISMO **En todas sus respuestas, escriba y nombre las leyes físicas o ecuaciones fundamentales que utilizó.** Realice los esquemas que sean necesarios para apoyar sus respuestas.

III-1. Considere un alambre recto, delgado y muy largo que se localiza sobre el eje z .

- i. [1 pts] Suponga que el alambre tiene una carga eléctrica distribuida uniformemente. Determine el campo eléctrico \vec{E} .
- ii. [1 pts] Suponga que el alambre se desplaza con rapidez constante u a lo largo del eje z . Determine la distribución de corriente correspondiente y el campo magnético \vec{B} que ésta produce.
- iii. [1 pts] Calcule la fuerza que se ejerce sobre un electrón que se halla a una distancia d del alambre y que se desplaza con una rapidez v paralela al eje x .
- iv. [2 pts] Suponga que se retira el electrón y en su lugar se coloca un circuito conductor cuadrado de lado a , siendo uno de sus lados paralelo al eje y y el otro, paralelo al eje z . El circuito se haya a una distancia d del alambre. Al tiempo $t = 0$ el circuito comienza a desplazarse a lo largo del eje y con rapidez constante v . Determine el flujo de campo magnético producido por el alambre a través del circuito a un tiempo $t > 0$. ¿Cuál es la fuerza electromotriz (*f.e.m.*) inducida en el circuito?

III-2. Considere una onda electromagnética plana en un medio no magnético cuyo campo eléctrico está dado por

$$\vec{E} = 50\text{V/m} \sin(10^8 t + 2z) \hat{y},$$

en donde t se mide en segundos y z en metros. Halle:

- i. [0.5 pts] La dirección de propagación de la onda.
- ii. [3 pts] La longitud de onda λ y la frecuencia ν de la onda, así como el valor de la permitividad eléctrica relativa ϵ_r del medio en el que se desplaza la onda.
- iii. [1 pts] El correspondiente campo auxiliar \vec{H} .
- iv. [0.5 pts] El vector de Poynting.

IV TERMODINÁMICA

- IV-1. Dos gases ideales se encuentran en un recipiente de volumen fijo y a temperatura T , separados por una pared en compartimientos con volúmenes V_1 y V_2 , en una proporción de n_1 y n_2 moles, respectivamente. La pared se retira sin ejercer presión sobre ninguno de los gases, de modo que se mezclan, ocupando todo el recipiente. Los gases ideales no interactúan entre ellos.
- [3 pts] ¿Cuál es el cambio en la energía interna de cada gas?, ¿cuál es la temperatura final?, ¿cuál es la presión inicial y final de cada gas?
 - [4 pts] Considerando que la entropía es una función aditiva de la composición, y esperando que los componentes se comporten independientemente uno del otro, determine la variación de la entropía del sistema y el cambio de la energía de Gibbs.
- IV-2. [3 pts] Un inventor presenta a un examen de patente una máquina térmica cuya eficiencia -afirma- es del 75%, funcionando entre dos baños térmicos de 20 C y 800 C. En cada ciclo la máquina realiza un trabajo de 30,000 J, disipando 10,000 J al baño más frío. ¿Otorgaría la patente? Justifique su respuesta.

V FÍSICA MODERNA

- V-1. [4 pts] Una barra de longitud $l=1$ m se mueve en dirección paralela a su longitud. Un observador fijo determina que la longitud de la barra es de 500 m.
- ¿A qué velocidad viaja la barra?
 - ¿Cuánto tiempo le toma a la barra cruzar en su totalidad al observador fijo?
- V-2. [3 pts]
- Utilizando el postulado de Bohr (la existencia de estados estacionarios y la cuantización del momento angular), y la longitud de onda de de Broglie para un electrón, encuentre la condición para la estabilidad orbital de un átomo de hidrógeno.
 - Un átomo hidrogenoide se encuentra en el estado inicial 4p, haga una lista de los estados a los cuales puede decaer emitiendo un fotón.
- V-3. [3 pts] Utilice el principio de incertidumbre de Heisenberg para estimar la masa de los piones, si el radio nuclear es de 1.5 fm.

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J seg}$$

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- Explique los tres teoremas de conservación de la mecánica clásica: momento lineal, momento angular y energía.
- Explique a qué se refiere la dualidad onda-partícula, poniendo particular atención a las observaciones experimentales y elementos del formalismo que dan inicio a este concepto.
- Aplicaciones tecnológicas de la inducción electromagnética
- Las implicaciones universales de la segunda ley de la termodinámica.
- Modelo de Drude de los electrones libres.