

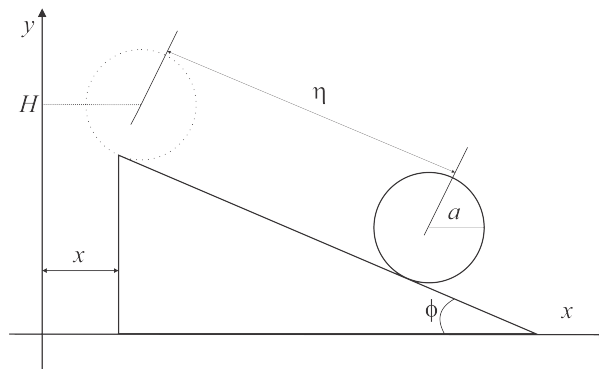
INSTRUCCIONES

- No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.
- El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como “tablets”, “smart-phones”, etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.
- El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.
- Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.
- Estudiantes exentos: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (40 min. por sección/materia). En todos los casos, deberá resolver la “Segunda Parte” (ensayo) de este examen.

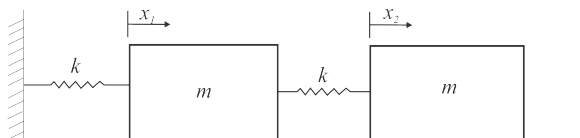
Primera Parte

I MECÁNICA CLÁSICA

- I-1. [5 pts] Una esfera uniforme de masa m y radio a rueda sin resbalar sobre un bloque triangular de masa M , el cual es libre de moverse sobre una superficie horizontal sin fricción. Inicialmente todos los objetos están en reposo y el centro de la esfera se halla a una distancia H sobre la superficie. (Use $I = (2/5)ma^2$)
- Escriba las expresiones de la energía cinética y potencial.
 - Escriba el Lagrangiano del sistema.
 - ¿Cuál es la ecuación de constricción?
 - Encuentre las ecuaciones de movimiento del sistema.



- I-2. [5 pts] Dos masas iguales se encuentran conectadas por dos resortes sobre una mesa sin fricción tal y como se muestra en la figura 2. Escriba las ecuaciones de movimiento del sistema usando
- Newton.
 - Lagrange.
 - Hamilton.
 - Describa los modos normales de vibración.



II MECÁNICA CUÁNTICA

- II-1. [4 pts] Empleando la ecuación de Schrödinger y su complejo conjugado, demuestre que el valor esperado de un operador lineal A cambia en el tiempo como:

$$\frac{d}{dt}\langle A \rangle = -\frac{1}{i\hbar}\langle [H, A] \rangle + \left\langle \frac{\partial A}{\partial t} \right\rangle \quad (1)$$

- II-2. Un oscilador armónico unidimensional está sujeto a la perturbación $W = \lambda x^3$. Para este oscilador anarmónico, utilice la teoría de perturbaciones para calcular:
- [3 pts] La corrección de la energía a primer orden en la perturbación.
 - [3 pts] El primer eigenestado excitado de energía a primer orden en la perturbación.

III ELECTROMAGNETISMO Elija las respuestas adecuadas agregando una breve justificación. Sólo hay una respuesta correcta por problema.

- III-1. [2.5 pts] Dos partículas puntuales que tienen carga q y $-q$ están separadas por una distancia d . Sea r la distancia desde el punto medio entre las cargas a un punto arbitrario en el espacio. En el límite $d \ll r$, ¿cómo depende la magnitud del campo eléctrico de q y r ?
- $E = 0$.
 - $E \propto q/r$.
 - $E \propto q^2/r$.
 - $E \propto q/r^2$.
 - $E \propto q/r^3$.
- III-2. [2.5 pts] En el contexto de electrostática, ¿cuál de las siguientes relaciones garantiza la existencia de un potencial electrostático V tal que $\vec{E} = -\nabla V$?
- $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$, siendo ρ la densidad de carga.
 - Libertad de norma.
 - $\nabla \times \vec{E} = 0$.
 - $\vec{F} = q\vec{E}$, donde \vec{F} es la fuerza sobre una partícula con carga q .
 - $\nabla^2 V = 0$.
- III-3. [2.5 pts] Un cable recto e infinito tiene una corriente estable I_1 . Suponga que se coloca un cable circular \mathcal{C} por cuyo centro pasa el cable recto de forma perpendicular. Si una corriente estable I_2 fluye por \mathcal{C} , ¿cuál de las opciones describe la fuerza magnética ejercida sobre \mathcal{C} ?
- La fuerza es radial y hacia afuera.
 - La fuerza es radial y hacia adentro.
 - La fuerza es paralela al cable recto en la dirección de I_1 .
 - La fuerza es paralela al cable recto en la dirección opuesta a I_1 .
 - No hay fuerza magnética.
- III-4. [2.5 pts] Considere un circuito con resistencia total R . Si un imán de longitud l cruza el área encerrada por el circuito con velocidad uniforme v , ¿cómo se comporta la corriente inducida?
- La corriente crece uniformemente con el tiempo.
 - La corriente fluye en una dirección cuando entra el imán y en la dirección opuesta cuando sale.
 - Se genera una corriente que oscila con frecuencia $\nu = v/l$.
 - La corriente inducida es estable, es decir, no cambia con el tiempo.
 - No hay corriente inducida.

IV TERMODINÁMICA

- IV-1. [1 pts] Escriba uno de los enunciados de la Segunda Ley de la Termodinámica (Kelvin-Planck ó Clausius).
- IV-2. [1 pts] Escriba las 4 ecuaciones de Maxwell para un sistema hidrostático con masa constante.
- IV-3. [8 pts] Un cilindro cerrado por ambos extremos, con paredes adiabáticas, está dividido en dos partes por un pistón *adiabático* móvil sin rozamiento. Al principio, la presión, volumen y temperatura (P_0 , V_0 , T_0) son iguales a ambos lados del pistón. El gas es ideal, siendo C_V independiente de T y $\gamma = 1.5$. Por medio de una bobina de calefacción colocada en el lado izquierdo, se suministra lentamente calor al gas de dicho lado hasta que la presión alcance un valor igual a $27P_0/8$. Hállese en función de nR , V_0 y T_0 :
- El volumen final en el lado derecho.
 - La temperatura final en el mismo lado.
 - La temperatura final en el lado izquierdo.
 - La cantidad de calor suministrada al gas de la izquierda (sin tener en cuenta la bobina).
 - La cantidad de trabajo realizada sobre el gas de la derecha.
 - El cambio de entropía del gas de la derecha.
 - El cambio de entropía del gas de la izquierda.
 - El cambio de entropía del universo.

V FÍSICA MODERNA

- V-1. [1.5 pts] La velocidad de un protón se incrementa de $0.20c$ a $0.40c$. ¿Cuál es el factor de incremento en la energía cinética?
- V-2. [1.5 pts] Un positrón colisiona de frente con un electrón y ambos son aniquilados. Cada partícula tiene una energía cinética de 1.00 MeV. Encuentre la longitud de onda de los fotones resultantes.
- V-3. [1 pts] Un electrón tiene una longitud de onda de Broglie de 2.8×10^{-8} . Determine la magnitud de su momento.
- V-4. [2 pts] El gap entre la banda de valencia y la banda de conducción del diamante es 5.47 eV.
- ¿Cuál es la máxima longitud de onda de un fotón que puede excitar a un electrón desde el tope de la banda de valencia a la banda de conducción?
 - ¿En qué parte del espectro electromagnético está el fotón?
 - Explique por qué el diamante puro es transparente y sin color.
 - La mayoría de las gemas de diamante tienen color amarillo. Explique cómo es que las impurezas causan este color.
- V-5. [1.5 pts] Escriba la configuración electrónica del boro y el diagrama general de energía de orbitales moleculares de su molécula diatómica.
- V-6. [2.5 pts] Antes de 1900 la actividad por unidad de masa de carbono atmosférico debido a la presencia de ^{14}C era en promedio cerca de 0.255 Bq por gramo de carbono.

- i. ¿Qué fracción de átomos de carbono eran ^{14}C ?
- ii. En el análisis de un espécimen arqueológico que contiene 500 mg de carbono, se observan 174 desintegraciones en una hora. ¿Cuál es la edad del espécimen? Suponiendo que su actividad por unidad de masa de carbono cuando murió era el valor promedio en el aire.

Tiempo de vida media del ^{14}C : 5730 años.

Número de Avogadro: 6.022×10^{23} .

Constante de Planck: $h = 4.135 \times 10^{-15}$ eV seg

Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- Nanocarbono
- Entrelazamiento cuántico y paradoja EPR
- Influencia de la teoría electromagnética en el desarrollo de la relatividad
- Cero absoluto y temperaturas negativas
- Aplicaciones tecnológicas de la mecánica cuántica

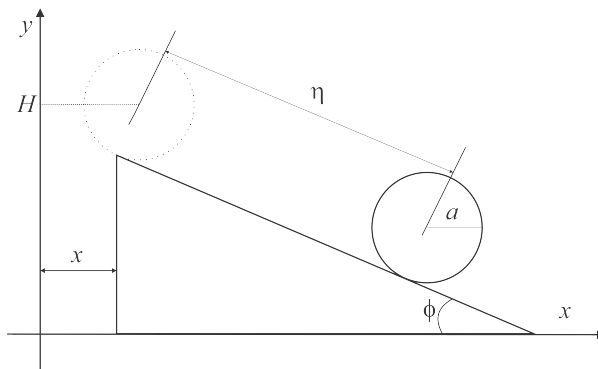
INSTRUCCIONES

- No olvide escribir claramente su nombre completo en la esquina superior derecha de cada hoja de sus respuestas, y utilizar una hoja nueva para responder cada problema. Indique claramente en la parte superior también el número del ejercicio que está resolviendo en cada hoja.
- El examen es a libro cerrado, por lo que no puede consultar libros, apuntes, formularios, etc. Tampoco puede usar dispositivos electrónicos como “tablets”, “smart-phones”, etc. Si lo requiere, puede usar una calculadora simple.
- El tiempo total para la primera parte es de tres horas y para la segunda de 45 minutos. Le sugerimos utilizar no más de 30 minutos para responder a cada una de las secciones de problemas.
- Usted podrá llevarse los enunciados del examen de admisión.
- Estudiantes exentos: La duración del examen depende del número de secciones que debe resolver (40 min. por sección/materia). En todos los casos, deberá resolver la “Segunda Parte” (ensayo) de este examen.

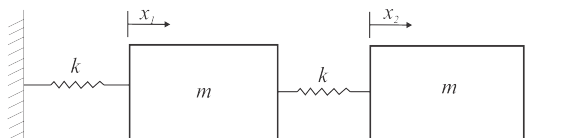
Primera Parte

I MECÁNICA CLÁSICA

- I-1. [5 pts] Una esfera uniforme de masa m y radio a rueda sin resbalar sobre un bloque triangular de masa M , el cual es libre de moverse sobre una superficie horizontal sin fricción. Inicialmente todos los objetos están en reposo y el centro de la esfera se halla a una distancia H sobre la superficie. (Use $I = (2/5)ma^2$)
- i. Escriba las expresiones de la energía cinética y potencial.
 - ii. Escriba el Lagrangiano del sistema.
 - iii. ¿Cuál es la ecuación de constricción?
 - iv. Encuentre las ecuaciones de movimiento del sistema.



- I-2. [5 pts] Dos masas iguales se encuentran conectadas por dos resortes sobre una mesa sin fricción tal y como se muestra en la figura 2. Escriba las ecuaciones de movimiento del sistema usando
- Newton.
 - Lagrange.
 - Hamilton.
 - Describa los modos normales de vibración.



II MECÁNICA CUÁNTICA

- II-1. [4 pts] Empleando la ecuación de Schrödinger y su complejo conjugado, demuestre que el valor esperado de un operador lineal A cambia en el tiempo como:

$$\frac{d}{dt}\langle A \rangle = -\frac{1}{i\hbar}\langle [H, A] \rangle + \left\langle \frac{\partial A}{\partial t} \right\rangle \quad (1)$$

- II-2. Un oscilador armónico unidimensional está sujeto a la perturbación $W = \lambda x^3$. Para este oscilador anarmónico, utilice la teoría de perturbaciones para calcular:
- [3 pts] La corrección de la energía a primer orden en la perturbación.
 - [3 pts] El primer eigenestado excitado de energía a primer orden en la perturbación.

III ELECTROMAGNETISMO Elija las respuestas adecuadas agregando una breve justificación. Sólo hay una respuesta correcta por problema.

- III-1. [2.5 pts] Dos partículas puntuales que tienen carga q y $-q$ están separadas por una distancia d . Sea r la distancia desde el punto medio entre las cargas a un punto arbitrario en el espacio. En el límite $d \ll r$, ¿cómo depende la magnitud del campo eléctrico de q y r ?
- $E = 0$.
 - $E \propto q/r$.
 - $E \propto q^2/r$.
 - $E \propto q/r^2$.
 - $E \propto q/r^3$.
- III-2. [2.5 pts] En el contexto de electrostática, ¿cuál de las siguientes relaciones garantiza la existencia de un potencial electrostático V tal que $\vec{E} = -\nabla V$?
- $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$, siendo ρ la densidad de carga.
 - Libertad de norma.
 - $\nabla \times \vec{E} = 0$.
 - $\vec{F} = q\vec{E}$, donde \vec{F} es la fuerza sobre una partícula con carga q .
 - $\nabla^2 V = 0$.
- III-3. [2.5 pts] Un cable recto e infinito tiene una corriente estable I_1 . Suponga que se coloca un cable circular \mathcal{C} por cuyo centro pasa el cable recto de forma perpendicular. Si una corriente estable I_2 fluye por \mathcal{C} , ¿cuál de las opciones describe la fuerza magnética ejercida sobre \mathcal{C} ?
- La fuerza es radial y hacia afuera.
 - La fuerza es radial y hacia adentro.
 - La fuerza es paralela al cable recto en la dirección de I_1 .
 - La fuerza es paralela al cable recto en la dirección opuesta a I_1 .
 - No hay fuerza magnética.
- III-4. [2.5 pts] Considere un circuito con resistencia total R . Si un imán de longitud l cruza el área encerrada por el circuito con velocidad uniforme v , ¿cómo se comporta la corriente inducida?
- La corriente crece uniformemente con el tiempo.
 - La corriente fluye en una dirección cuando entra el imán y en la dirección opuesta cuando sale.
 - Se genera una corriente que oscila con frecuencia $\nu = v/l$.
 - La corriente inducida es estable, es decir, no cambia con el tiempo.
 - No hay corriente inducida.

IV TERMODINÁMICA

- IV-1. [1 pts] Escriba uno de los enunciados de la Segunda Ley de la Termodinámica (Kelvin-Planck ó Clausius).
- IV-2. [1 pts] Escriba las 4 ecuaciones de Maxwell para un sistema hidrostático con masa constante.
- IV-3. [8 pts] Un cilindro cerrado por ambos extremos, con paredes adiabáticas, está dividido en dos partes por un pistón *adiabático* móvil sin rozamiento. Al principio, la presión, volumen y temperatura (P_0 , V_0 , T_0) son iguales a ambos lados del pistón. El gas es ideal, siendo C_V independiente de T y $\gamma = 1.5$. Por medio de una bobina de calefacción colocada en el lado izquierdo, se suministra lentamente calor al gas de dicho lado hasta que la presión alcance un valor igual a $27P_0/8$. Hállese en función de nR , V_0 y T_0 :
- El volumen final en el lado derecho.
 - La temperatura final en el mismo lado.
 - La temperatura final en el lado izquierdo.
 - La cantidad de calor suministrada al gas de la izquierda (sin tener en cuenta la bobina).
 - La cantidad de trabajo realizada sobre el gas de la derecha.
 - El cambio de entropía del gas de la derecha.
 - El cambio de entropía del gas de la izquierda.
 - El cambio de entropía del universo.

V FÍSICA MODERNA

- V-1. [5 pts] A fines de septiembre de 1987, una fuente radiactiva de ^{137}Cs usada en radioterapia, con actividad de 1400 Ci, fue robada en una ciudad de Brasil. Como consecuencia de la dispersión del material, unas 250 personas se contaminaron externa e internamente y otras mil se irradiaron. La vida media del ^{137}Cs es de 30 años. Calcule:
- La constante de desintegración (λ) del ^{137}Cs .
 - La masa de ^{137}Cs cuando se robaron la fuente.
 - La actividad que tendrán los desechos 100 años después del accidente, suponiendo que se recuperó el 80% del ^{137}Cs y está almacenado en un depósito definitivo.
- V-2. [5 pts] Un haz paralelo y angosto, con área 1 cm^2 , está compuesto de cantidades iguales de fotones de dos energías: 0.01 y 0.50 MeV (5×10^6 fotones cm^{-2} de cada energía) Este haz incide al centro de una placa de carbono (grafito, densidad 1.7 g cm^{-3}) de grosor 1.0 cm y área 6 cm^2 .
- Calcule el número de interacciones que el haz sufre en el grafito.
 - Estime cuántas de estas interacciones son de efecto fotoeléctrico y cuántas de efecto Compton.

Valores de posible utilidad: (μ/ρ) (0.01 MeV) = $2.373\text{E}00 \text{ cm}^2/\text{g}$; (μ/ρ) (0.50 MeV) = $8.715\text{E}-02 \text{ cm}^2/\text{g}$.

Segunda Parte

De entre los temas listados a continuación elija uno y desarrolle una reflexión propia sobre él. Su desarrollo debe limitarse a una extensión máxima de una página, ser cualitativo, no exhaustivo, y debe evitar el uso de fórmulas innecesarias.

- Efectos biológicos de dosis bajas de radiación
- Entrelazamiento cuántico y paradoja EPR
- Influencia de la teoría electromagnética en el desarrollo de la relatividad
- Cero absoluto y temperaturas negativas
- Aplicaciones tecnológicas de la mecánica cuántica